

**Cinvestav, Unidad Guadalajara**  
**Departamento de Ingeniería Eléctrica y Ciencias de la Computación**  
**Maestría en Ciencias**

**Examen Tipo de Matemáticas, Cálculo (Integral y Diferencial), Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica**

**Bibliografía**

- E. J. Purcell, D. Varberg, y S. E. Rigdon, **Cálculo, Pearson Prentice Hall, Novena Ed., 2007.**
- L. Leithold, **El Cálculo, Oxford, Séptima Ed., 2007.**
- W. Fleming y D. Varberg, **Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica, Pearson Prentice Hall, Tercera Ed., 1999.**
- A. Baldor, **Álgebra, Patria, Segunda Ed., 2007.**

1. Determine el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^3 + 2x + 3}{x^2 + 5}}$$

2. Sea  $h$  la función definida por:

$$h(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \leq 1 \\ 2 - x^2, & 1 < x \end{cases}$$

a) Dibuje la gráfica de  $h(x)$ .

b) Determine, si existen, los límites:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$  y  $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$

3. Evaluar el límite utilizando la regla de L'Hopital

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$$

4. Encontrar la ecuación de la tangente en el punto correspondiente al valor dado de  $x_0$

$$y = 2x + 3\sqrt{x}, x_0 = 4$$

5. Calcule las derivadas para las siguientes funciones:

$$f(x) = 7x^4 + 5$$

$$f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = x^2 \operatorname{sen}(x)$$

6. Dada  $x \cos(y) + y \cos(x) - 1 = 0$  calcule  $dy/dx$

7. Calcule la derivada de  $y$  con respecto a  $x$ , suponiendo que  $y$  es una función derivable de  $x$

$$x^5 - 2x^3y^2 + 3xy^4 - y^5 = 5$$

8. Para la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  determine los extremos relativos de  $f$ , los valores de  $x$  en los que ocurren los extremos relativos, los intervalos en los que  $f$  es creciente y decreciente.

9. Para la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  encuentre el punto de inflexión y determine dónde es cóncava hacia arriba y hacia abajo.

10. ¿En qué intervalos es integrable la función  $f(x) = -1/x$ ?

11. Calcule las siguientes integrales:

$$\int_2^5 \frac{1}{x^2} dx$$
$$\int_0^{\pi} 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) dx$$
$$\int e^{2x+1} dx$$

12. Utilice integración por partes para evaluar  $\int x \cos(x) dx$

13. Encontrar la longitud del arco:

$$x = 6 \cos(t), \quad y = 6 \operatorname{sen}(t), \quad \frac{\pi}{3} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

14. Debe construirse una caja de base cuadrada y sin tapa, y el área del material a emplear debe ser de  $100 \text{ cm}^2$ . ¿Qué dimensiones debe tener para que su volumen sea máximo?

15. Determine los primeros cinco términos de la serie de Maclaurin para  $f(x) = e^x$ .

16. Determine  $dw/dt$  mediante la regla de la cadena, exprese su respuesta final en términos de  $t$

$$w = e^x \operatorname{sen}(y) + e^y \operatorname{sen}(x), \quad x = 3t, \quad y = 2t$$

17. Encuentre el valor de  $z$  efectuando la siguiente división:

$$z = \frac{2 + 3i}{3 + 4i}$$

Nota:  $i = \sqrt{-1}$

18. Encuentre la representación polar del siguiente número complejo.

$z = 3 - 4i$ ; además dé una representación gráfica de  $z$  en el plano complejo  $XY$  indicando en ella los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $r$ , y  $\theta$ .

19. Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{2^8 i^{19}}{(-2)^{11}}$$

20. Obtenga a  $q(x)$  como un polinomio de quinto grado aplicando división sintética a la siguiente expresión:

$$q(x) = \frac{x^6 - 64}{x - 2}$$

21. Reduzca el siguiente cociente a su mínima expresión.

$$q(x) = \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$$

22. Demuestre que el siguiente polinomio tiene a -1 y a 5 como ceros de multiplicidad 2. Encuentre los ceros restantes. (Se recomienda emplear división sintética).

$$p(x) = x^6 - 8x^5 + 7x^4 + 32x^3 + 31x^2 + 40x + 25$$

23. Resuelva la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}$$

24. Convierta la siguiente expresión en una ecuación lineal polinómica, resuelva para  $x$  y verifique su solución.

$$\frac{x}{2x - 4} - \frac{2}{3} = \frac{7 - 2x}{3x - 6}$$

25. Una mujer tiene en su monedero \$4.45 en monedas de 10 y de 25 centavos. Si tiene 25 monedas en total, ¿cuántas monedas de 10 centavos tiene?

26. ¿Cuál es la solución para  $x$  y para  $y$  del siguiente par de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x + y &= 4 \\ x + 3y &= 12 \end{aligned}$$

27. Un avión vuela de Puerto Azul a Ciudad Progreso, con viento a favor de 60 km/hr, en un tiempo de dos horas. Sin embargo, si volara de Ciudad Progreso a Puerto Azul con ese mismo viento en contra tardaría 2hr 30 min. ¿Cuál es la velocidad de crucero del avión (sin viento)? ¿Cuál es la distancia entre Puerto Azul y Ciudad Progreso?

28. La suma de los cuadrados de tres enteros positivos, que son impares y consecutivos, es de 683. Encuentre dichos tres enteros.

29. Resuelva la siguiente inecuaciones indicando los rangos de valores de  $x$  que cumplen con la desigualdad.

$$\frac{1}{x - 2} + 1 < \frac{2}{x + 2}$$

30. Para el siguiente sistema de ecuaciones escriba la matriz aumentada correspondiente y resuélvala por eliminación de Gauss; es decir, obtenga los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$$3x - 2y + 4z = 0$$

$$x - y + 3z = 1$$

$$4x + 2y - z = 3$$

31. Encuentre los dos vectores en el plano  $XY$ , que son de longitud unitaria y perpendicular a  $\vec{v} = 3i - 4j$

32. Obtenga la suma  $A+B$  y el producto  $AxB$  de las siguientes matrices.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

33. Sabiendo que  $\tan(\theta) = 0.75$  y que  $0 < \theta < \pi/2$ , obtenga los valores de  $\sin(\theta)$ ,  $\cos(\theta)$ ,  $\cot(\theta)$ .

34. Demuestre la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\cos^3(t) + \sin^3(t)}{\cos(t) + \sin(t)} = 1 - \sin(t)\cos(t)$$

35. Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica para  $0 \leq t \leq 2\pi$

$$\cos^2(t) + 2\cos(t) - 3 = 0$$

36. Encuentre la ecuación de la recta en el plano  $XY$  que pasa por los puntos  $(2,3)$  y  $(4,8)$ .

37. Considere la siguiente ecuación:

$$x^2 - 2y^2 - 6x + 8y = 1$$

a) ¿A qué tipo de curva cónica corresponde la siguiente expresión?

b) Trace su gráfica correspondiente, indicando en ella los valores de los rasgos principales (p. ej., posición de centro o de focos, asíntotas, intersección con los ejes, etc.)

38. Considere la siguiente expresión:

$$x^2 - 24xy + 8y^2 = 136$$

a) Mediante la rotación apropiada de ejes elimine el término  $xy$ .

b) ¿A qué tipo de curva cónica corresponde tal expresión?